

**Вопросы к вступительным испытаниям
в учреждения высшего образования
по учебному предмету «Математика» на 2024 год**

1. Угол: определения: угла, равных углов, биссектрисы угла, развернутого угла, градусной меры угла, прямого, острого, тупого и полного углов; свойства градусной меры угла.
2. Смежные и вертикальные углы и их свойства.
3. Накрест лежащие, соответственные и односторонние углы при двух прямых и секущей.
4. Признаки и свойства параллельности прямых. Аксиома параллельности прямых.
5. Треугольник: определения: треугольника, периметра треугольника, внешний угол треугольника; виды треугольников; теорема о внешнем угле треугольника.
6. Формулы площади треугольника (через высоту треугольника, через периметр и радиус вписанной окружности, Герона, по двум сторонам и углу между ними).
7. Высота, медиана, биссектриса треугольника: определения; свойства биссектрисы, медианы и высоты треугольника.
8. Равные треугольники: определение; свойства равных треугольников; признаки равенства треугольников.
9. Равнобедренный треугольник: определение; свойства (углов при основании, биссектрисы равнобедренного треугольника); признаки равнобедренного треугольника.
10. Прямоугольный треугольник: определения: катета и гипотенузы; признаки равенства прямоугольных треугольников; площадь треугольника.
11. Теорема Пифагора: теорема Пифагора, теорема обратная теореме Пифагора; следствия из теоремы.
12. Соотношения в прямоугольном треугольнике: синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника; свойство катета, лежащего против угла в 30° .
13. Среднее пропорциональное в прямоугольном треугольнике.
14. Теорема Фалеса: теорема Фалеса, теорема обратная теореме Фалеса; обобщенная теорема Фалеса и ей обратная теорема.
15. Средняя линия треугольника: определение; теорема о средней линии треугольника.
16. Подобные треугольники: определения: подобных треугольников, коэффициента подобия треугольников, пропорциональных отрезков, отношения отрезков; признаки подобия треугольников.
17. Отношение площадей подобных треугольников.

18. Теорема косинусов: теорема; следствия из теоремы косинусов (нахождение косинуса угла треугольника, заданного тремя сторонами; свойство диагоналей параллелограмма).

19. Теорема синусов: теорема; следствия из теоремы синусов.

20. Параллелограмм: определение и свойства параллелограмма.; формулы площади (через высоту параллелограмма, по двум сторонам и углу между ними, по диагоналям и углу между ними).

21. Параллелограмм: признаки параллелограмма.

22. Формулы площади параллелограмма (через высоту параллелограмма, по двум сторонам и углу между ними, по диагоналям и углу между ними).

23. Прямоугольник, свойство диагоналей прямоугольника.

24. Ромб: определение; свойства и признаки ромба.

25. Формулы площади ромба (через высоту ромба; по двум сторонам и углу между ними; по диагоналям и углу между ними; через периметр и радиус вписанной окружности).

26. Трапеция: определения: трапеции, средней линии трапеции, высота трапеции; виды трапеций; теорема о средней линии трапеции.

27. Свойства равнобедренной трапеции; формулы площади трапеции (через высоту трапеции; через среднюю линию трапеции).

28. Вписанные и описанные окружности: определения: окружности, описанной около треугольника, окружности, вписанной в треугольник; формулы для нахождения радиуса описанной и радиуса вписанной окружностей прямоугольного треугольника.

29. Формулы для нахождения радиуса описанной и радиуса вписанной окружностей по заданной стороне правильного треугольника.

30. Окружность, круг: определения: окружности, круга, радиуса, диаметра, хорды, сектора, сегмента круга, вписанного угла, центрального угла, градусной меры дуги окружности; теорема о величине вписанного угла и следствия из этой теоремы.

31. Формулы длины окружности, площади круга, длины дуги, площади сектора и сегмента.

32. Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная и секущая к окружности: определения касательной к окружности, секущей к окружности; признак касательной к окружности.

33. Свойство отрезков пересекающихся хорд; свойство отрезка касательной и отрезков секущей в случае, когда касательная и секущая проходят через одну точку, взятую вне окружности.

34. Взаимное расположение прямых в пространстве: определения: параллельных прямых в пространстве, скрещивающихся прямых; признак параллельности прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве.

35. Скрещивающиеся прямые, признак скрещивающихся прямых; угол между скрещивающимися прямыми.

36. Прямая, параллельная плоскости: определение; признак параллельности прямой и плоскости.

37. Прямая, параллельная плоскости: свойство прямой, параллельной плоскости.

38. Параллельные плоскости: определение; признак параллельности плоскостей.

39. Параллельные плоскости: свойства параллельных прямых и плоскостей в пространстве.

40. Прямая, перпендикулярная плоскости: определение; признак перпендикулярности прямой и плоскости.

41. Перпендикуляр и наклонная: определение перпендикуляра, наклонной и проекции наклонной на заданную плоскость; теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Угол между прямой и плоскостью.

42. Теорема о трех перпендикулярах.

43. Двугранный угол: определения двугранного угла, линейного угла, соответствующего данному двугранному углу, угла между плоскостями.

44. Перпендикулярность плоскостей: определение; свойства и признак перпендикулярности плоскостей.

45. Призма: определения: призмы, прямой призмы, правильной призмы; параллелепипеда, прямого параллелепипеда, прямоугольного параллелепипеда, куб; площадь боковой и полной поверхностей прямой призмы; площадь боковой и полной поверхностей призмы. Формула объема прямоугольного параллелепипеда; формула объема призмы.

46. Пирамида: определения: пирамиды, правильной пирамиды; свойства правильной пирамиды; свойства пирамиды с равными или равно наклонными к основанию боковыми ребрами; свойства пирамиды с равными высотами боковых граней, опущенными из вершины пирамиды, или равно наклонными боковыми гранями;

47. Площадь боковой и полной поверхностей правильной пирамиды; площадь боковой и полной поверхностей пирамиды. Объем Пирамиды.

48. Цилиндр: определения: цилиндра, осевого сечения цилиндра; площадь боковой и полной поверхностей цилиндра; сечения цилиндра, параллельные и перпендикулярные оси цилиндра; объем цилиндра.

49. Конус: определения: конуса, осевого сечения конуса; площадь боковой и полной поверхностей конуса; сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину и хорду основания; объем конуса.

50. Сфера и шар: определения: сферы, шара, радиуса, диаметра, хорды; сечения сферы и шара плоскостью; касательная плоскость к сфере; площадь сферы; объем шара.

51. Степень: определение степени с: натуральным, целым и рациональным показателем; свойства степеней.

52. Логарифм числа: определение, десятичный логарифм; основное логарифмическое тождество; свойства логарифмов (логарифм произведения, степени, частного); формула перехода от логарифма с одним основанием к логарифму с другим основанием.

53. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения: $a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$; $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

54. Одночлен: определение: одночлена, стандартный вид, степени одночлена, подобные одночлены, сложение, вычитание, умножение и деление одночленов, возведение одночлена в степень;

55. Многочлен: определение: многочлена, степень многочлена, приведение подобных слагаемых; стандартный вид многочлена, сложение, вычитание, умножение и деление многочлена на одночлен.

56. Разложение многочлена на множители; определение квадратного трехчлена разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

57. Линейное уравнение с одной переменной: определение, корень уравнения, решение линейных уравнений с одной переменной.

58. Система линейных уравнений с двумя переменными. Число решений системы линейных уравнений с двумя переменными. Решение системы линейных уравнений с двумя переменными способами сложения, подстановки. (примеры демонстрации методик решения систем линейных уравнений с двумя переменными).

59. Квадратные уравнения. Неполные и приведенные квадратные уравнения (приведите примеры таких уравнений). Решение неполных квадратных уравнений (пример решения).

60. Дискриминант квадратного уравнения, количество корней квадратного уравнения. Формулы корней квадратного уравнения (пример нахождения корней квадратного уравнения).

61. Теорема Виета и теорема, обратная теореме Виета. Применение теоремы Виета (приведите пример применения теоремы).

62. Квадратные неравенства (определение). Применение свойств квадратичной функции к решению квадратных неравенств (приведите пример неравенства и его решения с применением свойств квадратичной функции).

63. Системы и совокупности квадратных неравенств. Решение систем и совокупностей квадратных неравенств.

64. Линейное неравенство с одной переменной: определение, равносильные неравенства, решение линейных неравенств с одной переменной, двойные неравенства.

65. Числовые неравенства: свойства числовых неравенств, сложение и умножение неравенств, двойные неравенства.

66. Квадратный корень из числа, определения: квадратного корня из числа, арифметического квадратного корня; свойства квадратного корня. Основные действия с квадратными корнями (применение свойств квадратных корней).

67. Корень n -й степени ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$): определения: корня n -й степени, арифметического корня n -й степени; свойства корня n -й степени. Основные действия с корнями n -й степени (применение свойств квадратных корней).

68. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла (тригонометрические тождества).

69. Формулы приведения (правило, примеры).

70. Формулы синуса, косинуса, тангенса суммы и разности. Формулы двойного аргумента.

71. Формулы преобразования суммы и разности синусов (косинусов) в произведение.

72. Определения: арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

73. Простейшие тригонометрические уравнения; решения простейших тригонометрических уравнений.

74. Функции: определения: функции, области определения, множества значений, графика, нулей, промежутков знакопостоянства, четности и нечетности, периодичности, возрастания и убывания функции, промежутков монотонности, способы задания.

75. Функция $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ее свойства и график.

76. Функция $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$), ее свойства и график.

77. Функция $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$), ее свойства и график.

78. Функции $y = ax + b$ и $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), их свойства и графики.

79. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.

80. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.

81. Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики.

82. Арифметическая прогрессия: формула n -го члена и суммы n первых членов, характеристическое свойство арифметической прогрессии.

83. Геометрическая прогрессия: формула n -го члена и суммы n первых членов, характеристическое свойство геометрической прогрессии, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

84. Производная: определение, физический смысл производной; геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции в точке.

85. Правила вычисления производных: производная суммы, производная произведения, производная частного, производная степени.

86. Связь между знаком производной функции и ее монотонностью графика: его возрастанием или убыванием. Точки экстремума.

87. Делитель, кратное. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10. Деление с остатком.

88. Разложение натурального числа на простые множители. Общий делитель, наибольший общий делитель. Общее кратное, наименьшее общее кратное.

89. Проценты (определение). Представление процентов в виде десятичной дроби, обыкновенной дроби. Основные задачи на проценты (три вида). Правила нахождения процента от числа, числа по его проценту, процентного отношения чисел. (Сформулируйте правила, приведите примеры).

90. Пропорция. Крайние и средние члены пропорции. Основное свойство пропорции. Правило нахождения неизвестного члена пропорции. Прямая и обратная пропорциональная зависимость (дайте определения, сформулируйте правила, приведите примеры).

91. Рациональная дробь. Область определения рациональной дроби. Действия с рациональными дробями (определение, примеры дробей).

92. Дробно-рациональные уравнения (приведите примеры таких уравнений). Условие равенства дроби нулю. Решение дробно-рациональных уравнений и уравнений, сводящихся к ним (пример решения)

93. Формула длины отрезка с заданными координатами концов. Уравнение окружности.

94. Дробно-рациональные неравенства (приведите примеры таких неравенств). Метод интервалов для решения рациональных неравенств (пример решения).

95. Системы нелинейных уравнений (приведите примеры таких систем). Способы решения систем нелинейных уравнений: алгебраический и графический методы решения систем нелинейных уравнений (примеры решения).

96. Показательные уравнения и способы их решения (на основании свойств показательной функции, с помощью разложения на множители, заменой переменной, решение однородных показательных уравнений).

97. Показательные неравенства и способы их решения (на основании свойств показательной функции, с помощью разложения на множители, заменой переменной).

98. Решение логарифмических уравнений на основании свойств логарифмической функции и свойств логарифмов. Решение логарифмических уравнений заменой переменных. Примеры таких уравнений с демонстрацией их решения.

99. Решение логарифмических неравенств на основании свойств логарифмической функции и свойств логарифмов. Примеры таких неравенств с демонстрацией их решения.

100. Построение графиков функций $y = f(x \pm a)$, $y = f(x) \pm b$, где $a, b \in R$ с помощью преобразования графика функции $y = f(x)$ (пример построения).